**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ**
АНГАРСКИЙ ГОРОДСКОЙ ОКРУГ
МБОУ «СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 32»

**«Рассмотрено»**
Председатель МС
____________Попова Ю.В.
Протокол № 1 от 30.08.2023

**«Утверждено»**
Директор МБОУ «СОШ № 32»
___________Л.А. Грузинцева
Приказ от 01.09.2023 № ____

**Ангарск-2023г.**

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Владелец: Грузинцева Лидия Анатольевна
Организация: МБОУ «СОШ № 32»
Сертификат a0 06 aa cc bb 54 9b 6e fa 37 41 04 c5 05 86 6f 6e b5 db 02
Действителен с 23 августа 2023 по 15 ноября 2024

**Пояснительная записка**

Рабочая программа факультатива по математике в 9 классе составлена на основе программы факультативного курса «Решение текстовых задач».

Предмет **– математика**
Класс – 9
Уровень – базовый
Всего часов на изучение программы 34 ч
Количество часов в неделю 1 час

Умение решать задачи является одним из основных критериев уровня математического развития обучающихся. Текстовые задачи традиционно входят в КИМы ОГЭ и ЕГЭ.

Интерес к текстовым задачам вполне понятен. Решение этих задач связано с развитием логического мышления, сообразительности, наблюдательности, а часто и с непростыми преобразованиями, возникающими при решении полученных систем уравнений и неравенств.

Учебная деятельность, в процессе которой максимально усваивается система математических знаний, умений и навыков- это решение задач. Именно решение задач в значительной степени направляет и стимулирует учебно-познавательную активность учащихся.

Математические задачи служат основным дидактическим целям обучения, формируют систему знаний учащихся, их творческое мышление , способствуют развитию интеллекта и выполняют познавательную роль в обучении. Решение задач в школьном курсе математики — это и средство формирования у школьников системы основных математических знаний, умений и навыков, -это и ведущая форма деятельности учеников в процессе изучения предмета, - это и одно из основных средств их математического развития.

Разработкой методики обучения решению текстовых задач занимались такие учёные, как Ю. М. Колягин, Д. Пойа, А.А.Столяр и другие. Решение задач в математическом образовании занимает центральное место**.** Математика проникает почти во все области деятельности человека. В связи с этим стало жизненно необходимым усовершенствовать математическую подготовку подрастающего поколения.

Сначала и до конца обучения в школе математическая задача неизменно помогает ученику вырабатывать правильные математические понятия, глубже выяснить различные стороны взаимосвязей в окружающей его жизни, даёт возможность на практике применять теорию. Поэтому обучению решения задач уделяется много внимания (уже в первом классе учащиеся начинают решать текстовые задачи). В связи с введением ЕГЭ, ОГЭ, ГВЭ в выпускных классах, вопрос о решении учениками текстовых задач стал ещё более актуальным.

Требования к умению учащимися решать текстовые задачи по математике заложено в «Федеральном компоненте образовательного стандарта основного общего образования по математике» . Это задачи на проценты, текстовые задачи на работу, движение, стоимость, смеси, решать которые предполагается и арифметическим, и алгебраическим способом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор решений, учитывать область допустимых значений, анализируя результат.

Текстовые задачи вызывают трудности у обучающихся. Это происходит от недостаточного внимания, уделяемого задачам в школьном курсе математики. Данным курсом попытаемся восполнить этот пробел.

**Цели курса**:

- развитие умений и навыков решения текстовых задач на сплавы и смеси; на проценты; на движение, совместную работу;
- развитие математических способностей через решение нестандартных задач;
- формирование математической культуры решения задач;
- развитие логического и творческого мышления;
- приобретение навыков элементов анализа;
- повышение интереса к предмету;
- воспитание настойчивости и терпеливости при решении задач.

**Задачи курса:**

- углубление и расширение знаний, полученных на уроках;
- овладение навыками и умениями для решения нестандартных задач;
- умение применять полученные знания для решения практических задач;

**Данный курс рассчитан на 34 часа и состоит из семи частей:**

1. Задачи на движение- 6 часов.
2. Задачи на работу - 6 часов;
3. Задачи на проценты - 4 часов;
4. Задачи на части- 2 часа;
5. Задачи на смеси и сплавы- 6 часов;

6. Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии-2 часа;
7. Решение текстовых задач ГИА- 8 часов;

Изучение материала предполагается построить в виде лекций, практических занятий, семинаров.

Школьники, изучившие данный материал, смогут применить его при решении прикладных задач, а также использовать в повседневной жизни в практических целях.

**Содержание программы:**

**Тема 1. Задачи на движение (6ч).**

Задачи на движение из одного пункта в другой в одном направлении; из разных пунктов навстречу друг другу. Задачи, в которых единственной известной величиной является время, а пройденный путь принимается за единицу. Задачи, в которых скорость выражена косвенно через время. Задачи на движение по окружности. Задачи на движение, решаемые с помощью неравенств. Задачи на сложение скоростей.

**Тема 2. Задачи на работу (6 ч).**

Вычисление неизвестного времени работы. Задачи о « бассейне», который одновременно наполняется разными трубами.

**Тема 3. Задачи на проценты и задачи на части (12 ч)**

Нахождение процентов от числа (величины),нахождение процента одного числа от другого; нахождение числа по его проценту. Процентные расчеты в жизненных ситуациях. Решение задач, связанных с банковскими расчетами: вычисление ставок процентов в банках, процентный прирост, определение начальных вкладов.

Задачи, в которых требуется определить объем выполненной работы. Задачи, в которых требуется найти производительность труда; определить время, затраченное на выполнение предусмотренного объема работ. Задачи, в которых вместо времени выполнения некоторой работы дано число рабочих, участвующих в ней. Основное свойство пропорции и применение его при решении задач на части.

Понятия концентрации вещества, процентного раствора. Решение задач, связанных с массовой (объемной) концентрацией вещества. Решение задач, связанных с нахождением процентного содержания вещества

Решение сложных задач на смеси и сплавы, состоящие из трех и более компонентов

**Тема 4. Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию (2ч).**

Формулы арифметической и геометрической прогрессии.

Составление и решение алгебраических систем, получаемых при решении задач на арифметическую и геометрическую прогрессии. Задачи практического содержания.

**Тема 5. Решение разнообразных задач по всему курсу. Решение задач ОГЭ (8ч).**

Решение разнообразных задач по всему курсу.

**Календарно-тематическое планирование для 9 класса**

| Наименование раздела | № п/п | Название темы | Кол-во часов | Элементы содержания |
|---|---|---|---|---|
| Задачи на движение | 1-6 | Задачи на сухопутное движение. | 3 | равномерное и равноускоренное движения тел по прямой линии в одном направлении и навстречу друг другу. Движение тел по окружности в одном направлении и навстречу друг другу. Формулы зависимости расстояния, пройденного телом, от скорости, ускорения и времени в различных видах движения. Скорость по течению, скорость против течения |
| | | Задачи на движение по реке. | 3 | |
| Задачи на работу | 7-12 | Задачи на конкретную работу. | 3 | формула зависимости объёма выполненной работы от производительности и времени её выполнения. |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Задачи на абстрактную работу. | 3 | |
| Задачи на проценты и части<br>Задачи на части | 13-24 | Задачи на проценты | 4 | понятие процента, правила нахождения дроби от числа и числа по его дроби, простой и сложный процентный рост, формула сложных процентов<br>понятия «концентрация», «процентное содержание», объёмная концентрация, процентное содержание |
| | | Задачи на части | 2 | |
| | | Задачи на смеси и сплавы | 6 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии | 25-26 | Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии | 2 | Формулы n-го члена и суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессий. |
| Текстовые задачи ОГЭ | 27-34 | Решение текстовых задач ОГЭ | 8 | Разнообразные задачи из КИМов ОГЭ |
| | | Всего: | 34 | |

**Приложение**

**Задача 1. В одном элеваторе было зерна в два раза больше, чем в другом. Из первого элеватора вывезли 750 т зерна, во второй элеватор привезли 350 т, после чего в обоих элеваторах зерна стало поровну. Сколько зерна было первоначально в каждом элеваторе?**

Для решения этой задачи используем метод уравнений и неравенств и метод длин из геометрии, основанный на свойствах длины отрезка**. Алгебраический метод.** Пусть т зерна было первоначально во втором элеваторе, тогда 2х т зерна было первоначально в первом элеваторе; т зерна осталось в первом элеваторе, а т зерна стало во втором элеваторе. Так как в обоих элеваторах зерна стало поровну, то можно составить уравнение , откуда , . Ответ: 2200 т зерна было в первом элеваторе и 1100 т — во втором.

**Геометрический метод**. Решаем данную задачу с помощью линейной диаграммы. Линейная диаграмма — это, обычно, отрезок или несколько отрезков, длины которых соответствуют численным значениям рассматриваемой величины. Свойства длины отрезка: 1) равные отрезки имеют равные длины; меньший отрезок имеет меньшую длину; 2) если точка делит отрезок на два отрезка, то длина всего отрезка равна сумме длин этих двух отрезков. Решение. 1-й этап. Пусть отрезок АВ изображает количество зерна в первом элеваторе, тогда отрезок ( ) будет изображать количество зерна во втором элеваторе. — первоначальное распределение зерна между элеваторами. Из первого элеватора вывезли 750 т зерна, а во второй элеватор 11 привезли 350 т, поэтому вычтем из отрезка АВ отрезок ВК, условно изображающий 750 т, а к отрезку CD прибавим отрезок DE, изображающий 350 т. — конечное распределение зерна между элеваторами. 2-й этап. Способ I. (по построению), , значит, . 3-й этап. Ответ: в первом элеваторе было 2200 т зерна, во втором 1100 т.

Краткая запись решения этой задачи.

**Решение. AB = 2CD — первоначальное распределение зерна между двумя элеваторами; BK = 750, DE = 350. AK = CE — конечное распределение зерна между элеваторами. CD = AF = FB (по построению), FB = 350 + 750 = 1100, тогда CD = 1100, AB = 1100•2 = 2200. Ответ: 2200 т, 1100 т. 12 Способ II. Пусть AK = CE = x, тогда, так как AB = 2CD, получим x + 750 = 2(x – 350), откуда x = 1450, CD = 1450 – 350 = 1100, AB = 1100•2 = 2200. Ответ: 2200 т, 1100 т. Способ III. Пусть CD = x, тогда AB = 2x. Так как AK = CE, то имеем 2x – 750 = x + 350**

Сложность задачи зависит от количества, характера связей, формулировки задачи и конструкции текста. При решении задачи сталкиваются объект и субъект, в процесс включается субъективный компонент – трудность. Трудность – субъективная характеристика задачи, зависит от субъективного опыта ученика. А субъективный опыт - это знания учеником предметных областей, учебные умения, интеллектуальные умения, логика. 1.4. Функции задач в обучении Вопросу определения функций задач в обучении уделяется много внимания в методической литературе: Ю.М. Колягин «Задачи в обучении математике», А.Я. Блох «Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика», К.И. Нешков, А.Д. Семушин «Функции задач в обучении Математика в школе», Ерина Т.М. «Алгебра. Текстовые задачи». В педагогической практике принято разделять задачи с дидактическими, познавательными и развивающими функциями [ К.И. Нешков, А.Д. Семушин «Функции задач в обучении. Математика в школе» ]. Широкое распространение получило также деление задач по их роли в учебном процессе на задачи как средство и как цель обучения. Задачи как средство обучения выполняют следующие функции: 1) обучения математической деятельности; 13 2) формирования ЗУН; 3) развития учащихся; 4) воспитания; 5) обучения моделированию явлений действительности [1]. Если задача рассматривается как цель обучения, то учащийся в результате ее решения усваивает понятие задачи, ее структуру, компоненты; процесс решения, приемы работы с текстом задачи, способы решения отдельных видов, общие методы поиска решения [1]. В процессе обучения одна и та же задача выполняет различные функции. Это зависит от ее роли в обучении. 14 Глава 2. Методика обучения решению текстовых задач Решение задач – это сложная работа. В математике решаются собственно математические задачи, объектами которых являются какие-либо математические объекты, понятия и практические задачи. Сводимые к математическим задачам, объектами которых являются реальные предметы или явления. Нахождение способа решения задачи подобно изобретению, а изобретение требует воображения, догадки, фантазии. Для того, чтобы научиться решать задачи, надо много поработать, надо научиться такому подходу к задаче, при котором задача выступает как объект тщательного изучения, а её решение – как объект конструирования и изобретения. Обучение решению текстовых задач - это специально организованное взаимодействие учителя и учащихся, целью которого является формирование у учащихся умения решать и понимать задачи. Для того, чтобы наиболее успешно учиться математике, надо иметь хорошую память, устойчивое внимание, развитое воображение, логическое мышление, сообразительность. Только в результате самостоятельной и упорной работы можно действительно чему-то научиться, а тем более такому сложному умению, как умение решать математические задачи. Общее умение решать задачи складывается - из знаний о задачах, структуре задач, процессе решения и этапах решения, методах, способах и приемах решения. Из умений выполнять каждый из этапов решения любым из приемов, помогающих решению. Чтобы обучать умению решать задачи определенных видов, учащиеся должны знать о видах задач, способах решения задач каждого вида. И выработку умения выделять задачи соответствующих видов, выработать способы решения, применять их к решению конкретных задач. Любая задача состоит из двух основных частей: условия и требования. 15 Известные и неизвестные величины, а так же отношения между ними, составляют ее условие. Другими словами, в условии задачи сообщается какая-либо информация о чем-то. В тексте задачи может быть указано несколько неизвестных величин. Указание того, какое именно неизвестное является искомым – это требование задачи. Требование может быть в виде вопроса, и в форме указания что-либо найти, определить, вычислить, доказать и др. Условие и требование могут быть в разном порядке. Обозначим условие – У, требование – Т. Тогда структурную схему задачи можно показать так: У - Т, Т – У, У – Т – У. Чтобы правильно определить, где условие, а где требование, необходимо внимательно относиться к каждому слову в тексте и представить ситуацию, о которой говорится в задаче. Решить математическую задачу – это значит найти такую последовательность общих положений математики (определений, аксиом, теорем, правил, законов, формул), применяя которые к условиям задачи или к их следствиям (промежуточным результатам решения) получаем то, что требуется к задаче, - её ответ. Чтобы решить задачу, надо найти план её решения. Поиск плана решения составляет центральную часть всего процесса решения. Найдя план, его осуществление уже не составляет особого труда. Для решения текстовых задач существует структура решений (см. приложение 2). Первым признаком, по которому все математические задачи делятся на отдельные виды или классы, является характер требования задачи. 16 2.1. Основные методы: алгебраический, арифметический В основе типологии сюжетных задач лежит структура текста, методы решения, сюжет, уровни знаний учащихся при работе с задачей. Типология по методам решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический и геометрический. Так же существуют эвристические методы решения сюжетных задач (метод подбора и догадки) и полная индукция, а также другие. Способы арифметического метода: приведение к единице, отношения, исключение неизвестных, пропорциональное деление, подобие и т.д. Алгебраический метод предусматривает перевод сюжета на математический язык на основе построения математической модели сюжета, известных зависимостей между величинами, решение задачи в рамках математической модели, интерпретацию полученного результата в сюжет, формулировку ответа. Математической моделью сюжетной задачи могут быть: числовое выражение, уравнение, система уравнений, неравенство, система неравенств, функция, график. В геометрическом методе предусматривается использование геометрических объектов и их свойств, при решении задачи в рамках математической модели (метод сравнения длин отрезков (отрезочные диаграммы), метод подобия, метод площадей (двумерные диаграммы)). Основным преимуществом геометрического решения является наглядность, так как чертёж помогает глубже понять условие задачи. Задача 1. Расстояние между двумя городами равно 450 км. Два автомобиля выходят одновременно навстречу друг другу. Один автомобиль мог бы пройти все расстояние за 9 часов, другой – вдвое быстрее. Через сколько часов они встретятся? 17 Читаем с чертежа ответ: 3 часа При решении некоторых задач возможно применение нескольких методов. Тогда один из методов является основным (ведущим), а другой является способом реализации основного метода (см. задачу 1 на стр. 10). Типы задач по уровням деятельности определяет форму учебной деятельности. Форма учебной деятельности показывает методику обучения поиску решения задачи и выбора метода решения. Существуют три уровня учебной деятельности – алгоритмический (репродуктивный), продуктивный и творческий. В зависимости от уровня учебной деятельности задачи делятся на три класса: - алгоритмические (заданный алгоритм); - поисковые (аналитико-синтетической деятельность); -эвристические (творческого подход). 2.2. Синтетический и аналитический методы решения задач Необходимым условием решения сложной задачи является умение решать простые задачи, к которым можно свести составную задачу. Решить эти подзадачи, после чего преобразовать исходную задачу, имея в виду полученные результаты решения подзадач. После такого преобразования исходная задача, как правило, становится проще. Возможны два основных пути поиска решения: синтетический и аналитический. Анализ – есть метод научного исследования путем разложения (фактического или мысленного) предмета на его составные части, а синтез - 18 есть метод изучения предмета в его целостности, в единстве и взаимной связи его частей. Анализ и синтез составляют единый аналитико-синтетический метод решения задач. Анализ и синтез неразрывно связанны, находятся в единстве друг с другом в процессе познания: анализируем мы всегда то, что синтетически целое, а синтезируем то, что аналитически расчленено. Анализ и синтез – важнейшие мыслительные операции, в единстве они дают полное и всестороннее знание действительности. Анализ даёт знание отдельных элементов, а синтез, опираясь на результаты анализа, объединяя эти элементы, обеспечивает знание объекта в целом.

При арифметическом решении текстовых задач роль анализа сводится к составлению плана решения, а задача чаще всего решается синтетическим методом.

**Задача 2. Два самолета с реактивными двигателями одновременно вылетели с двух аэродромов навстречу друг другу. Расстояние между аэродромами 1870 км. Через сколько часов они встретятся, если один из них в 2/5 часа пролетает 360км, а скорость второго составляет 8/9 скорости первого.**

Главная трудность при решении данной задачи - это составление плана её решения, разбиение условия на отдельные этапы. Для этого нужен глубокий анализ условия. Само решение отдельных задач трудности уже не вызывает, но бывает трудно свести решения этих задач к ответу на основной вопрос задачи.

**Решение: 1.Какова скорость первого самолета? 360:2/5 = 900км/ч 2.Какова скорость второго самолета? 900•8/9 = 800км/ч 3.На сколько самолеты сближаются в течение часа? 19 900+800 = 1700км 4.Через сколько часов после вылета самолеты встретятся? 1870:1700 = 1.1 часа**

Когда учащиеся решают задачи синтетическим методом, иногда выполняют лишнюю работу, а слабые ученики могут действовать бессмысленно. Синтетический метод пользуется популярностью у школьников и учителей, так как он очень прост, не требует особого напряжения. При аналитическом методе решения исходят не от условия задачи, а от ее требования, основного вопроса. При решении задач аналитическим методом ставится вопрос: «Что нужно знать, чтобы ответить на вопрос задачи?» Чтобы правильно ответить на поставленный вопрос, нужно знать данные этой задачи и учитывать зависимости, связывающие их с искомой величиной.

Аналитический метод удобен для поиска пути решения новой задачи, Он опирается на умение школьника рассуждать и способствует развитию его продуктивного, логического и функционального мышления. В результате систематического применения аналитического метода решения у учащихся быстрее формируется умение самостоятельно решать новые для него задачи. 2.3. Использование алгебраического метода для нахождения арифметического пути решения текстовых задач Арифметический метод среди распространенных методов решения текстовых задач имеет большое значение. Этот метод развивает логическое мышление, его гибкость и оригинальность, формирует такие умственные действия, как анализ и синтез. Не всегда сразу найдется арифметическое решение задачи. В таких случаях с помощью алгебраического метода можно получить ответ на требование задачи, а потом можно отыскать арифметическое решение. 20 Приводим несколько замечаний. 1. Не все текстовые задачи, решаемые алгебраическим методом, решаются арифметически. Например, задачи, при решении которых получаются квадратные уравнения или уравнения высших степеней, невозможно решить арифметическим методом. 2. Задачи, при решении которых алгебраическим методом, сводятся к линейному уравнению или системе линейных уравнений, можно решить и арифметическим методом. 3. Вид линейного уравнения, не всегда «подсказывает» арифметический путь решения задачи, однако дальнейшие преобразования уравнения позволяют его найти.

**Задача 3. В 8 ч утра из пункта А в пункт В вышел поезд со скоростью 60 км/ч. В 11 ч из пункта В ему навстречу вышел другой поезд со скоростью 70 км/ч. В какое время поезда встретятся, если расстояние между пунктами 440 км.**

**Алгебраический метод приводит к следующему уравнению:** , или , где х ч — время движения второго поезда до встречи. Тогда ; (ч). По рассуждениям видно, что дальше можно решить задачу арифметически. Вычислим сумму скоростей поездов ; время движения первого поезда до начала движения второго поезда ; расстояние, пройденное первым поездом за 3ч ; расстояние, которое осталось пройти поездам до встречи ; время движения второго поезда до встречи . Этапы решения задачи записываем в таблице. Покажем параллельно алгебраическим и арифметическим методами. Из таблицы видно, как алгебраические преобразования в ходе решения уравнений, помогают найти ее решение арифметически.

Этапы решения задачи алгебраическим методом арифметическим методом

**Пусть ч — время движения второго поезда до встречи. По условию задачи получаем: , или Находим сумму скоростей поездов ; время движения первого поезда до начала движения второго ; расстояние, пройденное первым поездом за 3ч Преобразовываем уравнение; Находим расстояние, которое осталось пройм поездам до встречи: (км) Находим неизвестное: Находим время**

**движения второго поезда: (ч) Оформим решение задачи арифметическим методом: 1) (ч) — был в пути первый поезд до начала движения второго; 2) (км) — прошел первый поезд за 3 ч; 3) (км) — расстояние, пройденное поездами при одновременном движении; 4) 0 (км/ч) — скорость сближения поездов; 5) (ч) — время движения второго поезда; 6) (ч) — в такое время поезда встретятся. Ответ: поезда встретятся в 13 ч.**

**Задача 4. По окончании спектакля 174 зрителя из театра разошлись пешком, а остальные поехали на трамваях в 18 вагонах, причем в каждый вагон садилось на 5 чел, больше, чем было в нем мест. Если бы зрители, уезжавшие из театра на трамвае, садились в него по числу мест, то 22 понадобилось бы еще 3 вагона, причем в последнем осталось бы 6 свободных мест. Сколько всего зрителей было в театре?**

Этапы решения задачи алгебраическим методом и соответствующие им этапы решения задачи арифметическим методом показаны в таблице.

**Пусть в каждом трамвае было х мест. Тогда по условию задачи имеем уравнение: Преобразуем его : , или В каждый вагон входило на 5 чел. больше, чем было в нем мест. В 18 вагонах — на (чел.) больше. В 3 дополнительные вагона вошло 90 чел. и осталось еще 6 свободных мест. Следовательно, в трех вагонах (мест) Находим неизвестное: Находим число мест в одном вагоне: (места) Используя данные таблицы, получаем арифметическое решение задачи: 1) чел.) — настолько человек больше, чем мест, было в 18 вагонах; 2) (м.) — столько мест в трех вагонах; 3) (м.) — столько мест в одном вагоне; 4) (чел.) — было в каждом из 18 вагонов; 5) (чел.) – зрителей уехало на трамваях; 6) (чел.) – всего зрителей было в театре. Ответ: в театре было 840 человек. 23**

Этапы решения текстовых задач. Существует четыре этапа решения текстовой задачи

Этап 1. Анализ текста задачи. Переводим текст задачи на «язык ребенка», выделив при этом основные величины, связи между ними. Цель -выделить объективное содержание, условие и заключение задачи. Результат -краткая запись задачи, которая может быть представлена таблицей, схематическим рисунком, графиками, отрезочными или двумерными диаграммами с определенными краткими пояснениями. По краткой записи можно восстановить текст задачи. Этап 2. Поиск решения задачи. Цель – создать план решения задачи. Можно составить письменный текст или схему поиска. Основные рекомендации для поиска решения математических задач. 1. Прочитав задачу, надо попытаться установить, к какому виду задач она принадлежит. 2. Если вы узнали в ней стандартную задачу, то примените для её решения известное вам общее правило. 3. Если же задача не является стандартной, то следует действовать в двух направлениях: а) вычленять из задачи или разбивать её на подзадачи стандартного вида (способ разбиения); б) переформулировать её, свести к задаче стандартного вида (способ моделирования). 4. Для того чтобы легче было осуществлять способы разбиения или моделирования, полезно предварительно построить наглядную вспомогательную модель задачи – её схематическую запись.

Этап 3. Реализация плана решения.

Этап 4. Проверка решения задачи (по смыслу, правильность логических и математических операций). Запись ответа, исследование задачи (другие методы и способы решения). Этот этап предполагает обобщение и систематизацию полученного опыта.

**Задача 5. Геологи 4 часа летели на вертолете со скоростью 80км/ч , а затем ехали верхом 2часа со скоростью 12 км/ч. Какой путь проделали геологи за это время?**

1. Речь идет о процессе движения, который характеризуется тремя величинами: скорость, время, расстояние. 2. В задаче два процесса: движение на вертолете и движение верхом. Можно составить таблицу ( краткая запись ) Процессы Скорость (км/ч) Время ( ч ) Расстояние ( км ) На вертолете 80 4 ? ? Верхом 12 2**?**

**Решение: 1. Найдем расстояние, которое пролетели на вертолете 80 · 4 = 320 ( км ) 2. Найдем расстояние, которое проехали геологи верхом. 12 · 2 = 24 ( км ) Найдем весь пройденный путь.320 + 24 = 344 ( км ). Анализ решения: Путь, пройденный геологами, состоит из двух этапов: на вертолете и верхом. Мы нашли расстояние, которое пролетели на вертолете и которое проехали верхом, следовательно, весь путь равен сумме этих расстояний. Ответ: 344 км Говоря об обратных задачах можно сказать то, что обратная задача – это средство проверки решения основной задачи. Задача 6. Поезд прошел 350 км со скоростью 70 км/ч. Найдите время, за которое поезд прошел данный путь. Задача 7. Обратная задача: Поезд прошел путь за 5 ч и со скоростью 70 км/ч. Найдите путь, который прошел поезд. 25 Путь S (км) Скорость v (км/ч) Время t (ч) Прямая задача 350 70 ? Обратная задача ? 70**

.5. Организация обучения решению математических задач

Фронтальное решение задач. Под фронтальным решением задачи понимается одновременное решение одной и той же задачи всеми учениками. Фронтальное решение можно организовать по-разному. 1) В V-VIII классах наиболее распространено устное фронтальное решение задач. Такое решение в старших классах применяется редко. Учителя математики V-VIII классов почти на каждом уроке уделяют внимание устным упражнениям. Если ученики научатся устно выполнять вычисления и некоторые преобразования, то повышается производительность уроков математики, физики и химии. 2) Письменное решение задач с записью на классной доске. В практике встречается необходимость решать одну и ту же задачу одновременно со всеми учениками на доске. В таких ситуациях задачу на доске может решать учитель или один из учеников по указанию учителя. Обычно на уроках математики применяют классную доску: а) при решении первых задач по ознакомлению с новыми понятиями и методами; б) при решении задач, с которыми не все ученики могут справиться самостоятельно; в) при рассмотрении различных способов решения одной и той же задачи - для сравнения и выбора лучшего варианта; 26 г) для разбора задач, при самостоятельном решении которых допущены ошибки несколькими учениками. В этих случаях полезен коллективный разбор решения задач. Решение одной задачи несколькими способами приносит больше пользы, чем решение подряд нескольких однотипных задач. Рассмотрение учеником различных вариантов решения, умение выбрать из них наиболее рациональные, свидетельствуют об умении ученика мыслить, рассуждать, проводить правильные умозаключения, воспитывает у учащихся гибкость мышления Для одновременного решения задачи разными способами, можно сразу нескольких учеников вызвать к доске. 3) Письменное самостоятельное решение задач. При самостоятельном решении учащимися текстовых задач на уроках математики: Во-первых, повышается учебная активность учащихся, интерес к решению задач, стимулируется творческая инициатива, развивается мыслительная деятельность учащихся. Во-вторых, ученик вынужден сам разбираться в решении задачи, т. к. нет возможности копировать решение с доски. В-третьих, самостоятельное решение задач сокращает время, необходимое для опроса учащихся, а оценивать успехи учащихся в некоторых случаях можно по итогам самостоятельного решения задач. Таким образом, повышается эффективность урока. В-четвертых, у учителя будет возможность организовать индивидуальную работу учеников по решению задачи, увидеть ошибки, а ученики могут их исправлять. На уроках математики самостоятельные работы по решению задач можно организовать по-разному. Например, учитель заранее подбирает задачи; в процессе работы некоторым ученикам помогает советом, других направляет к верному решению, третьи справляются самостоятельно. 27 Самостоятельная работа проверяется и оценивается, при этом учитывается степень самостоятельности ученика. При такой организации самостоятельной работы осуществляется и обучение, и контроль знаний. Как правило, учитель математики заранее предопределяет цели самостоятельных работ по решению задач. При выполнении обучающих самостоятельных работ учитель может оказывать помощь отдельным ученикам, так же можно предварительно анализировать и предложить самостоятельное решение. Самостоятельную работу можно организовать и таким образом: учащиеся самостоятельно изучают небольшой теоретический материал, им предлагаются образцы решения задач, разбирая их, ученики самостоятельно решают аналогичные задачи. 4) Комментирование решения математических задач. Все ученики самостоятельно решают одну и ту же задачу, а один из учеников последовательно комментирует свое решение. Он объясняет, на каком основании выполняет какое – то преобразование. Вот пример комментирования: "Доказать, что сумма трех последовательных натуральных чисел не может быть простым числом. Обозначим первое из этих чисел - . Тогда два следующих за ним числа запишутся . Запишем сумму этих трех чисел и преобразуем ее. Сначала раскрываем скобки, применяя сочетательный закон сложения. Затем приводим подобные члены. Вынося общий множитель - получаем результат. Полученное выражение - произведение двух множителей 3 и . Поэтому оно не может быть простым числом ни при каких натуральных значениях n. Комментирование при решении задачи оказывает пользу. Услышав объяснение следующего этапа в задаче, даже недостаточно подготовленные учащиеся постараются выполнить его самостоятельно. 28 Индивидуальное решение задач. При проведении фронтальной работы все учащиеся решают одну и ту же задачу. Для некоторых из них эта задача может быть очень легкой, и они при решении такой задачи не приобретут новых знаний. А для некоторых задача может быть трудной. Вот поэтому необходимо учитывать индивидуальные особенности учащихся и индивидуально подбирать.

В школьных учебниках, к большому сожалению, нет целостной системы в обучении методике решения текстовых задач. В основном, учащиеся знакомятся с алгоритмами решения уравнений, неравенств, а также их систем. Предлагаются простые текстовые задачи - с одним или двумя условиями. При этом упускается из вида главная задача в обучении математике – развитие логического мышления, которая предполагает умение учащихся оперировать с логическими цепочками умозаключений. Кроме этого страдает и практическая цель в обучении математике – научить школьников решать задачи из повседневной жизни, что связано с умением составить математическое описание модели. В старой русской – церковноприходской, гимназиях, реальных училищах очень много времени отводилось разнообразным задачам, почерпнутым из жизни крестьян, купцов и другие. При этом основное внимание уделялось арифметическому способу решения задач, без помощи составления уравнений, который сейчас называется методом прямых рассуждений – мощному средству развития логического мышления. К сожалению, после начальных классов учащиеся перестают решать задачи с помощью прямых рассуждений и переключаются на алгебраические методы, которые из-за постепенно усложняемого аппарата ограничивают текстовый задачный материал одним – двумя условиями. По - настоящему язык алгебры получает преимущество после знакомства с алгоритмами решения квадратных уравнений в 8 классе, т.е. два года оказываются потерянными в плане развития логического мышления на сложных текстовых задачах с большим числом условий. Заметим, что гимназисты умели решать даже задачи, сводящиеся к квадратным уравнениям, без их составления, что трудно представить в наше время. Сейчас нет большого смысла возвращаться к этим довольно разнообразным 30 способам решения задач, но некоторые приемы могут оказаться полезными в плане быстрого и эффективного составления уравнений. Первое место по частоте применения занимает понятие скорости сближения, которое оказывается очень полезным в задачах на «движение». Напомним, что к задачам на «движение» относятся многие задачи на производительность, на бассейны и т.п. Интересно заметить, что хотя с понятием скорости сближения учащиеся знакомятся еще в начальных классах, но в следующих классах они забывают об этом, так как в задачах на составление уравнений из учебников не возникает необходимости в использовании этого понятия. В этом случае необходимо их заново познакомить с этим понятием на примере двух случаев одновременного движения: а) встречного движения; б) движения в одном направлении. Выражение для времени, когда два движущихся объекта со скоростью и после начала движения оказываются в одной точке, содержат в знаменателе сумму или разность скоростей и , называемую скоростью сближения . Всегда полезно давать и арифметическое толкование скорости сближения – это арифметическая сумма или разность расстояний, пройденных обоими объектами в единицу времени.

В любой текстовой задаче на «движение» всегда целесообразно дать рисунок. Иногда детализация рисунка помогает ввести вспомогательную переменную, которую потом уже нетрудно исключить из полной системы уравнений. Желательно, особенно в 9 классе, когда изучается физическая механика, вводить «физические» обозначения неизвестных: – расстояние, – скорости, – время, – объем, – масса. В любом случае первой неизвестной должна быть та величина, которую требуется определить. Иногда полезным оказывается введение промежуточной переменной / , являющейся отношением подобных величин, например – скоростей. Такой прием оказывается эффективным и в чисто алгебраическом плане: подбирается такая комбинация уравнений из составленной системы, которая приводит к однородному уравнению с двумя неизвестными. Например, система уравнений с двумя неизвестными и решается очень громоздко, если одну из двух переменных выразить через другую с последующей подстановкой. Но, заметим, левые части однородны по и ; если положить , то сразу получаем после сокращения на несложное уравнение по :  Всегда полезно напоминать учащимся, что при одновременном движении пройденные расстояния прямо пропорциональны скоростям:  А при движении на одно расстояние – времена обратно пропорциональны скоростям:  При анализе условия задачи необходимо сразу выделять стандартные ситуации. Например, одновременное движение, движение на одно расстояние, движение по течению или против течения реки. 32 Кроме этого учащиеся должны четко представлять, как от процентного содержания перейти к абсолютному содержанию чистого вещества и обратно. Пусть, например, вещества с массами и и с процентным содержанием чистого вещества и , соответственно, смешиваются, тогда новое количество вещества будет новое процентное содержание, равное . Нокроме этого учащиеся должны четко представлять, как от процентного содержания перейти к абсолютному содержанию чистого вещества и обратно. Пусть, например, вещества с массами и  с процентным содержанием чистого вещества и , соответственно, смешиваются, тогда новое количество вещества будет новое процентное содержание, равное / . Наконец, желательно познакомить учащихся с такой типовой задачей, имеющей приложения в химии, биологии, экономике и других областях: начальное число увеличивается каждый раз на 30 %, чему будет равно число после десятикратного увеличения? Чаще и ошибочно рассуждают, что к моменту десятикратного увеличения прирост составит 300% и число увеличится в 4 раза. На самом деле правильный ответ: , т.е. увеличится в 13 раз! Приемы моделирования в процессе решения текстовых задач.

**Задача 6. Расстояние между двумя городами скорый поезд проходит на 4ч быстрее товарного и на 1ч быстрее пассажирского. Найдите скорости товарного и скорого поездов, если известно, что скорость товарного составляет 0,625 от скорости пассажирского и на 50 км/ч меньше скорости скорого.**

**Решение.Товарный поезд пройдет 0,625=5/8 всего пути за время движения пассажирского поезда на всем пути. Тогда оставшуюся часть пути 3/8 товарный поезд проедет за время часа (первое условие задачи). Отсюда ясно,что товарный поезд на весь путь затратит 3 ч /3/8=8 ч – в два раза больше скорого (8 ч - 4 ч – время скорого поезда). Значит, скорость товарного меньше в два раза скорости скорого, которые по третьему условию задачи различаются на 50 км/ч. Следовательно, скорый поезд имеет скорость 100 км/ч, товарный – 50 км/ч,пасажирский – км/ч. Ответ: 50 км/ч; 100 км/ч. II вариант решения. 33 Обозначим скорость товарного поезда через (км/ч), тогда скорости пассажирского и скорого поезда будут равны/и ,соответственно. Положим расстояние между двумя городами равным км.**

Первое условие задачи дает уравнение: 1) Второе условие приводит к соотношению: 2) По условию задачи достаточно найти скорости, поэтому следует подобрать такую комбинацию уравнений 1) и 2), которая позволила бы исключить расстояние: 3) км/ч

**Задача 7. Три цистерны одинокого объема начинают одновременно заполняться водой, причем в первую цистерну поступает л воды в минуту, во вторую - и в третью - Известно, что в начальный момент времени первая цистерна пуста, вторая и третья частично заполнены и что все три цистерны будут заполнены одновременно. Во сколько раз количество воды в начальный момент времени во больше, чем в третьей?Решение.Исходные данные удобно представить в виде следующей таблицы: 1 цистерна 2 цистерна 3 цистерна л/мин л/мин л/мин 34 Где через обозначили – скорость подачи воды,объем цистерны, начальный объем, конечный объем, объемы воды во 2-й и 3-й цистернах в начальный момент времени соответственно. По условию задачи достаточно найти отношение . Так как вода подавалась одновременно, то время заполнения всех трех цистерн будет одинаковым. Тогда можно составить систему трех уравнений: из которой следует найти отношение. Ответ: в 2 раза.**

**II вариант решения ( арифметический способ). 1. Какая часть второй цистерны будет долита? – Так как первая и вторая цистерны имеют одинаковые объемы, и первая цистерна была пуста , то во вторую цистерну было долито её объема (пропорциональность «пройденных» путей двумя объектами их скоростям при одновременном «движении»).л 2. Аналогично отвечаем на вопрос: Какая часть третьей цистерны была долита? 3. Какие части второй и третьей цистерн были заполнены первоначально? и соответственно. 4. Во сколько раз первоначальный объем воды во второй цистерне был больше, чем в первой?**

.7. Классификация текстовых задач по сюжету В курсе школьной математики особую роль занимают сюжетные задачи. Сюжетные задачи - это задачи, в которых описывается некоторый 35 жизненный сюжет. Сюжетные задачи считаются древними задачами. При решении таких задач впервые реализуется обучение методу моделирования. Моделирование является одной из важнейших задач математики. Моделирование - это описание реальных действий на языке математики. В школьном курсе задачи на движение, работу, смеси, проценты являются сюжетными задачами. Чтобы решить такие задачи, важно правильно воспринимать ситуации, и опираться на образ. Не существует обобщенного способа решения сюжетных задач. Приводим пример сюжетной задачи

В 8-9 классах задачи на проценты рассматриваются в разделе повторения, в который включены и задачи на проценты. Также ученики 14 сталкиваются с более сложными задачами на проценты при решении заданий ОГЭ. Таким образом, проанализировав учебники, мы можем сказать, что решение текстовых задач на проценты предусмотрено в 5-6 классах, а в 7-9 классах на данную тему отдана незначительная часть времени, что может сказаться при сдаче учащимися ОГЭ.

. В решении простейших задач, связанных с понятием о проценте, например: Рабочий получил 600 руб. зарплаты, из которых 6 рублей он издержал на гостинцы для дочки. Какую часть и сколько процентов полученных денег рабочий издержал на гостинцы? Учащиеся из данной задачи устанавливают, что 6 руб. от 600 руб. составляют 1 100 часть, а следовательно, 1% числа 600. С понятием о проценте тесно связано понятие о числе, составляющем 100%. Чтобы ознакомить учащихся с этим понятием, автор прибегает к тому же кругу или квадрату, на котором можно показать, что если 1 клетка квадрата составляет 1% его, то весь квадрат имеет 100 таких клеток, или 100%; половина квадрата – это 50%, а весь квадрат содержит 2 раза по 50%, или 100%. Аналогично 1 100 , или 1%, от числа 200 составляет число 2, но в числе 200 по 2 содержится 100 раз, значит, число 200 составляет 100% [13, С. 79]. Рис.1. 27 Автор отмечает, что после проведения такого вида работы учащимся становится ясно, что, то число, от которого находится или найден один или несколько процентов, принимается за 100%. С понятием процента числа также связана и замена числа процентов дробью и обратно. Ознакомление учащихся с заменой числа процентов и дроби процентами имеет целью углубить понятие о проценте, как о доле единицы. При этом используется тот же квадрат (или круг) , на котором можно показать, что 50% числа составляют 1 2 его и, наоборот, 1 2 числа – это 50%. Таким учащиеся убеждаются в том, что число процентов можно заменить долями единицы, а последние – процентами. Затем учащимся дается самостоятельная работа. Пользуясь квадратом (или кругом), найти: а) сколько процентов составляют 1 2 , 1 4 , 1 5 квадрата (или круга)? б) Какую часть единицы составляют: 40% , 60%, 75% и 80%. Затем П.В. Лещев рассматривает вид задач на проценты: «Нахождение процентов данного числа». Он пишет, что при решении устных и некоторых письменных задач этого вида, как и при решении подобных задач на нахождение дроби числа, бывает проще разделить данное число на знаменатель дроби и результат умножить на числитель дроби. В задачах на нахождение процентов числа эти два этапа сводятся к следующему: а) нахождение сначала 1% числа; б) потом нескольких процентов числа. С задачами на нахождение одного процента числа учащиеся уже встречались при знакомстве с понятием о проценте, напоминает автор статьи, и поэтому рассмотрение этого вопроса сводится к повторению задач и примеров такого вида: а) найдите 1 100 от чисел: 500, 750. б) найдите 1% от чисел: 400, 450. 28 в) Задача. В нашей школе 200 учащихся, 1% которых на занятиях сегодня отсутствует. Сколько и какая часть всех учащихся отсутствует в школе? П.В. Лещев пишет, что этих примеров достаточно для следующего вывода: чтобы найти 1% числа, надо данное число разделить на 100 или умножить на 1 100 . Далее рассматривается нахождение нескольких процентов числа. В качестве пособий для наглядного представления решения примеров и задач при объяснении этого вида процентных вычислений автором используется метр, квадрат или круг, ученический учебник; например: - Посмотрите, сколько страниц имеет ваш учебник по арифметике?

**Задача 8.Перелистав 25% учебника вы найдете задачу №263. На какой странице значится указанная задача?**

**РешениеЗапишем условие задачи: Найти: 25% от 224 страницы. - В этой задаче следует найти не 1%, а несколько процентов от числа, и чтобы найти номер требуемой страницы, не смотря нВ учебник, найдем сначала 1% искомого числа страниц учебника. - Как найти 1% от 224 страниц? (Надо 224 страницы разделить на 100, получится 2 6 25 стр.) - Если 1% от 224 страниц учебника составляет 2 6 25 страницы, то как найти, сколько страниц составляет 25% числа страниц учебника? (2 6 25 страницы умножить на 25). - Почему? (Потому, что 25% составляет число больше 1% в 25 раз). Запись решения: 1% от 224 стр. = 224:100=2 6 25 стр. 25% от 224 стр. = 2 6 25 · 25 = 56 стр. Ответ: задача №263 находится на 56-й странице учебника.**

**Задача 9. Швейная фабрика выпустила 1200 костюмов. Из них 32% составляют костюмы нового фасона. Сколько костюмов нового фасона выпустила фабрика?**

**Решение. Так как 1200 костюмов – это 100% выпуска, то, чтобы найти 1% выпуска, надо 1200 разделить на 100. Получим, что 1200: 100 = 12, значит 1% выпуска равен 12 костюмам. Чтобы найти, чему равны 32% выпуска, надо умножить 12 на 32 . Так как 12 · 32 = 384 , то фабрика выпустила 384 костюма нового фасона.**

Задача на нахождение числа по его проценту.

**Задача 10. За контрольную работу по математике отметку «5» получили 12 учеников, что составляет 30% всех учеников. Сколько учеников в классе? Решение. Сначала узнаем, чему равен 1% всех учеников. Для этого разделим 12 на 30. Так как 12:30=0,4, то 1% равен 0,4. Чтобы узнать чему равны 100% учащихся, надо умножить 0,4 на 100. Так как 0,4·100=40, то в классе 40 учеников.**

задача на нахождение процентного соотношения**.**

**Задача 11. Из 1800 га колхозного поля 558 га засажено картофелем. Какой процент поля засажен картофелем? Как и в предыдущих задачах, авторы рассматривают решение данной задачи. 20 Решение. Картофелем засажено 558 1800 всего поля. Обратим дробь 558 1800 в десятичную. Для этого разделим 558 на 1800. Получаем 0,31. Значит, картофелем засажена 31 сотая всего поля. Каждая сотая равна 1% поля, поэтому картофелем засажен31% всего поля.**

**Задача 12.Масса станка 9,6 ц., а масса электромотора 36 кг. Найдите отношение массы электромотора к массе станка.**

**Решение.Масса станка выражается в килограммах. Получается 9,6 ц = 960 кг. Значит, отношение электромотора к массе станка равно 36 960 = 3 80 = 0,0375. Итак, масса электромотора составляет 0,0375 массы станка. Этот ответ можно выразить в процентах 0,0375 = 3,75 %. Значит, масса электромотора составляет 3,75 % массы станка. Ответ: 3,75 %.**

**Задача13. Сберегательная касса выплачивает вкладчику 2% годового дохода. Сколько выплатит сберкасса процентных денег вкладчику за 9 месяцев, если в вклад составляет 1600 руб.?**

**Как узнать, сколько процентных денег выплатила сберкасса вкладчику за год? (Надо найти 2% от 1600 руб.). 30 Запишем условие и решение первой части задачи: 1600 руб. – 100% $x$ = 1600 · 2 100 = 32 руб. Сколько времени был вклад в сберкассе?(9 месяцев). Какая это часть года?(3 4 ). Как узнать сколько выплатит сберкасса процентных денег за 3 4 года? (Надо найти 3 4 от 32 руб.) Запишем условие и решение второй части задачи: 32 руб. – за 1 год, $x$ руб. –за 3 4 года $x$ = 32·3 4 =24 руб. Формула решения задачи: $x$ = 1600 · 2 1000 · 3 4 (руб. ).**

**. Задача 14. Имеется два сплава золота и серебра. В одном эти металлы находятся в отношении 2:3 , в другом 3:7 . Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 8 кг нового сплава, в котором эти металлы были бы в отношении 5:11 ?**

**Решение:1 способ : 2 + 3 = 5 (частей ) – всего в 1 сплаве 3+7 =10 (частей ) – всего во 2 сплаве 5+11=16 (частей ) – всего в 3 сплаве I II Новый Сплав X - x 8 Золото 5 2 10 3 16 5 Масса 5 2 x 10 3 (8 – x) 16 5 *8 2 3 5 x + (8-x) = 8 5 10 16 x= 1 · 36 2 способ : Сплав Масса**

**взятого сплава, кг М золота, кг М серебра, кг I x 5 2 x = 0,4x 5 3 x = 0,6x II 8 – x 3(8 – x)= 0,3(8-x) 10 7(8 – x) = 0,7(8-x) 10 Новый 8 0,6 0,7(8 ) 0,4 0,3(8 ) x xxx+—+— = 11 5 , x= 1 , значит, от первого сплава взяли 1 кг, от второго 8 - x= 8 - 1 = 7 (кг)**

- умение использовать знание формул и основных свойств прогрессий в реальной жизни (в быту) действительно поможет сэкономить время и получить точный результат при расчётах;
- в заданиях ОГЭ по математике во второй части встречаются текстовые практико – ориентированные задачи, которые прекрасно решаются с помощью формул прогрессий

**Арифметической прогрессией** называется числовая последовательность, задаваемая двумя параметрами $a$, $d$ и законом $a_1 = a$, $a_n = a_{n-1} + d$, $n = 2,3,...$

$d$ — разность данной арифметической прогрессии;

- Если $d>0$ — арифметическую прогрессию называют **возрастающей;**
- Если $d<0$ — арифметическую прогрессию называют **убывающей;**
- В случае, если $d = 0$ — все члены прогрессии равны числу $a$, а ариф.прогрессию называют **стационарной.**

**Любой член** арифметической прогрессии вычисляется по формуле:

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

**Формула разности арифметической прогрессии**

$$d = a_{n+1} - a_n$$

**Формула суммы n-первых членов арифметической прогрессии**

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)\cdot d}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} * n$$

**Пример 1.**

Задана арифметическая прогрессия, где пятый и десятый члены равны соответственно 38 и 23. Найти пятнадцатый член прогрессии и сумму ее десяти первых членов.

$$\begin{cases} a_5 = 38 \\ a_{10} = 23 \end{cases} \quad a_{15},\ S_{10} - ?$$

$$\begin{cases} a_5 = a_1 + 4d = 38 \\ a_{10} = a_1 + 9d = 23 \end{cases} \quad -5d = 15; \quad d = -3; \quad a_1 = 38 - 4\cdot(-3) = 50$$

$$a_{15} = a_1 + 14d = 50 + 14\cdot(-3) = 8$$

$$S_{10} = \frac{2\cdot 50 + 9\cdot(-3)}{2}\cdot 10 = 365$$

*Ответ*: $a_{15} = 8; \quad S_{10} = 365$

**Пример 2.**

Найти число $n$ членов арифметической прогрессии 5,14,23,...,$a_n$, если ее $n$-ый член равен 239.

$$5, 14, 23, ..., a_n = 239 \qquad n - ?$$

$$a_1 = 5; \quad d = 9; \qquad 239 = a_1 + d\cdot(n-1) \qquad 239 = 5 + (n-1)\cdot 9 \qquad 239 = 9n - 4 \qquad n = 27$$

*Ответ*: $n = 27$

**Пример 3.**

Найти число $n$ членов арифметической прогрессии 9,12,15,...,$a_n$, если ее сумма равна 306.

$$9, 12, 15, ... a_n \qquad S_n = 306 \qquad n - ?$$

$$a_1 = 9 \quad d = 3 \quad S_n = \frac{2\cdot 9 + 3(n-1)}{2}\cdot n \qquad 612 = 18n + 3n^2 - 3n$$

$$n^2 + 5n - 204 = 0 \quad D = 25 - 4\cdot 2\cdot(-204) = 29^2 \qquad n_1 = \frac{-5+29}{2} = 12 \qquad n_2 < 0 \quad \otimes$$

*Ответ*: $n = 12$

**Геометрической прогрессией** называется числовая последовательность, задаваемая двумя параметрами **b**, **q (q ≠ 0)** и законом $b_1 = b$, $b_n = b_{n-1}\cdot q$, $n = 2,3,...$

Число $q$ называют **знаменателем** данной геометрической прогрессии.

- Если **q > 0** все члены геометрической прогрессии имеют один и тот же знак, совпадающий со знаком числа b.
- Если **q < 0** знаки членов геометрической прогрессии чередуются.
- В случае **-1 < q< 1** прогрессию называют **бесконечно убывающей** геометрической прогрессией.

**Любой член** геометрической прогрессии может быть вычислен по формуле:

$$b_n = b_1\cdot q^{n-1};$$

**Формула знаменателя геометрической прогрессии:**

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

**Формула суммы n-первых членов геометрической прогрессии**

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1-q^n)}{1-q},$$

$$S_n = \frac{b_1 - b_n * q}{1-q},$$

где, q ≠ 1

**Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия** — это прогрессия, у которой |q| < 1. Для неё определяется понятие суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии как число, к которому неограниченно приближается сумма $n$ первых членов рассматриваемой прогрессии при неограниченном возрастании числа $n$.

**Формула суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии:**

$$S = \frac{b_1}{1-q}$$

где, q ≠ 1

**Пример 1.**

Задана геометрическая прогрессия 2,6,18,... Найти десятый член прогрессии и сумму её двенадцати первых членов.

$2, 6, 18, \ldots \quad b_{10} - ? \quad S_{12} - ?$

$b_1 = 2 \quad q = \frac{6}{2} = 3 \qquad b_{10} = 2 \cdot 3^{10-1} = 39366 \qquad S_{12} = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q-1} = \frac{2 \cdot (3^{12} - 1)}{3-1} = 531440$

*Ответ*: $b_{10} = 39366$; $\qquad S_{12} = 531440$

*Работники получили задание выкопать колодец. За первый выкопанный в глубину метр колодца им платят 50 р, а за каждый следующий – на 20 р больше, чем за предыдущий. Сколько денег (в рублях) заплатят работникам за выкопанный колодец глубиной 12 м.*

Решение:

Из условия задачи имеем арифметическую прогрессию $a_1 = 50; d = 20; n = 12$. Найти $S_{12}$.

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S_{12} = \frac{2 \cdot 50 + 20 \cdot 11}{2} \cdot 12 = (100 + 220) \cdot 6 = 320 \cdot 6 = 1920$$

Ответ: 1920р.

1. *Премиальный фонд составляет 16250р. Надо разделить его между четырьмя сотрудниками, согласно доле участия каждого так, чтобы каждый следующий получил в 1,5 раза больше предыдущего. Какую премию получит каждый сотрудник?*

Решение:

$16250 = \frac{b_1(1{,}5^4 - 1)}{1{,}5 - 1}$ $b_1 = \frac{16250(1{,}5 - 1)}{1{,}5^4 - 1}$ Сумма премии каждого сотрудника это геометрическая прогрессия:

Ответ: премиальный фонд распределится следующим образом: 2000р, 3000р, 4500р, 6750р.

**Алгоритм решения задачи:**

| | | |
|---|---|---|
| Дано: | Определить, в задаче арифметическая или геометрическая прогрессия: | *($a_n$) -* |
| | Первые несколько членов прогрессии: | *$a_1$, a2, a3,…* |
| | Разность или знаменатель прогрессии: | *d (в арифметической)=*<br>*или*<br>*q(в геометрической)=* |
| | Остальные элементы ($a_n$, $S_n$, $n$): | |
| Найти: | *Какой элемент прогрессии надо найти: $a_1$, $a_n$, $S_n$, n или d (или q)?* | |
| Необходимые формулы: | | |

1. *Туристы запланировали пройти по реке 140 км. Сколько дней туристы будут в походе, если в первый день прошли 5 км, а в каждый последующий день  они будут проходить расстояние на 2 км  больше, чем в предыдущий.*

Решение:

**Так как туристы  каждый последующий день проходили на 2 км. больше, то расстояние  увеличивалось в арифметической прогрессии**

$\alpha_1 = 5$ , Sn=140, d=2 ,n-?

$$S_n = \frac{\alpha_1 + \alpha_n}{2} n$$

$\alpha_{n=}\alpha_1$+(n-1)d

$$S_n = \frac{2\alpha_1 + (n-1)d}{2} n$$

$n^2$ +4n-140=0

$n_1 = 10, n_2 = -14$ (не удовлетворяет условию задачи.)

**Ответ:10дней.**

1. *При хранении бревен строевого леса их укладывают, как показано на рисунке. Сколько брёвен находится в одной кладке, если в ее основании положено 14 бревен?*

Решение:

Составим математическую модель задачи: 1, 2, 3, 4,…,14. Это арифметическая прогрессия, a1=1, d=1, an=14. Надонайти n. an=a1+d(n-1); 14=1+1(n-1); n=14. Sn=(a1+an)·n:2; Sn=(1+14)·14:2; Sn=105.

Ответ: в одной кладке находится 105 бревен.

1. *В январе в городе произошло 60 автомобильных аварий. Благодаря мерам, предпринимаемым дорожными службами, в каждый следующий месяц число аварий становилось на 4 меньше. Сколько, предположительно, за год произойдет ДТП?*

Решение:

$a_1 = 60, d = -4, n = 12$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2 \cdot 60 - 4 \cdot 11}{2} \cdot 12 = 456$$

***Ответ: 456.***

1. *Бактерия, попав в организм, до конца 20 минуты делится на две, каждая из которых до конца 20 минуты снова делится на две и т.д. Сколько бактерий будет в организме через сутки?*

Решение:

Количество бактерий каждые 20 минут увеличивается в 2 раза, поэтому имеем:

2,4,8,… геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = 2; q = 2; n = 24 \cdot 3 = 72$

по формуле $a_{73} = 2 \cdot 2^{72-1} = 2^{72}$ бактерий. Ответ: $2^{72}$ бактерий.

**Литература**


1. Н.Л. Стефанова. Методика и технология обучения математике. – М.: 2007г.

2. Н.Л. Стефанова. Методика и технология обучения математике. Лабораторный практикум: учебное пособие для студентов математических факультетов педагогических университетов – М.: 2007г.

3. Шевкин А.В, Текстовые задачи в школьном курсе математики (5-9-е классы). Математика. 2005, №17-24

4. А.Г. Мордкович и другие. Алгебра 9 класс. 2010г

5. А.Л. Семенов ЕГЭ 2014. Математика. Самое полное издание типовых вариантов. 2014г.

6. Ю.Н. Макарычев и др. 8 класс. Учебник. М.: 2013

7. Виноградов Методика преподавания математики в средней школе – Ростов н/Д:2005г.

9. Т.М. Ерина Алгебра. Текстовые задачи - Москва, МГТУ «МАМИ»,2004

10. М.Л. Галицкий Сборник задач по алгебре: учебное пособие для 8-9 кл. с углубленным изучением математики – М: Просвещение, 2003г.

11. Л.М. Фридман Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика. – М.: Школа-пресс,2002г.

12. В.Н. Студенецкая, З.С. Гребнева. Готовимся к ЕГЭ. Учебное пособие. Часть 1,2. – Волгоград: «Учитель», 2003г.

13. Ю.В. Садовничий Математика. Конкурсные задачи по алгебре с решениями. Часть 6. Решение текстовых задач. Учебное пособие.- 3-е изд., стер. - М.: Издательский отдел УНЦ ДО, 2003г. (серия1)

14. М.А. Иванов Математика без репетитора. 800 задач с ответами и решениями для абитуриентов Учебное пособие. - М.: Издательский центр , 2002г. 77

15. Литвинова И.Н., Ткаченко Е.Н., Гаврилова М.А. Задачи на смеси, сплавы и проценты. Учебно-методическое пособие.- Пенза, ПГПУ, 2004г.

16. Н.Б. Истомина методика обучения математике в начальных классах. – М.: Просвещение, 2003г. 17. А. Тоом Как я учу решать текстовые задачи. - Еженедельная учебно-методическая газета , №46, 47, 2004г.

18. Бродский И.Л., Видус А.М. , Коротаев А.Б. Сборник текстовых задач по математике для профильных классов.- М.: АРКТИ, 2004г.

19. Шевкин А.В, Текстовые задачи в школьном курсе математики (5-9-е классы). // Математика, 2005, №17-24.

20. М.А. Куканов Математика 9-11 классы: моделирование в решении задач. – Волгоград: Учитель, 2009. – 168с.

21. Мельник Н.В. Развитие логического мышления при изучении математики.// М.: «Просвещение», 1997 г. – с. 21.

22. «Алгебра. Сборник заданий для подготовки к ГИА в 9классе», М. Просвещение.2009г. 23. Решение текстовых задач. http://schoolcollection.edu.ru/catalog/res/d92c7ae3-a9f1-4ff3-afb0- e1f1783fee48/?from=8f5d7210-86a6-11da-a72b-0800200c9a66&.